

EL APRENDIZAJE DE LA VISUALIZACIÓN ESPACIAL EN NIÑOS Y EN NIÑAS¹

William Andrey Suárez Moya², Olga Lucía León Corredor³

*Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Bogotá-Colombia*

Fecha de recepción Febrero 6, 2016

Fecha de aceptación: Marzo 6, 2016

RESUMEN

La visualización ha influido en los procesos de enseñanza y aprendizaje privilegiando la comprensión de conceptos matemáticos, particularmente de la Geometría. Por su parte, aspectos que vinculan al género como una construcción social, posibilitan el aprendizaje del espacio y construcción del ser con otros en el aula. De esta manera se constituye el presente artículo, el cual presenta antecedentes teóricos sobre habilidades de visualización espacial y género en el aula de matemáticas; las cuales se tomarán como referentes para la constitución del trabajo de la Maestría que tiene como objetivo promover trayectorias de aprendizaje de la visualización espacial, que no marginen poblaciones por su condición de género.

Palabras clave: Geometría, Visualización espacial, Imágenes, Género.

THE LEARNING OF SPACE VISUALIZATION IN BOYS AND GIRLS

ABSTRACT

Visualization has influenced the processes of teaching and learning privileging the understanding of mathematical concepts, particularly Geometry. For this part, aspects that link gender as a social construction make possible the learning of space and the construction of being with others in the classroom. Thus, the present article presents a theoretical background on spatial visualization skills and gender in the math classroom, which will be taken as referents for the constitution of the Master's work that aims to promote trajectories of spatial visualization learning that do not marginalize populations because of their gender.

Keywords: Geometry, Visualization spatial, Images, Gender.

How to cite/Como citar:

Suárez Moya, W. A., León Corredor, O. L. (2016). La visualización espacial en niños y en niñas. *Revista Horizontes Pedagógicos* Vol. 18(2) 110-119.

- 1 Este artículo de avance de proyecto en curso de la Maestría en Educación: Trayectorias hipotéticas de aprendizaje de la visualización espacial en niños y niñas. Está vinculado al programa nacional "Arquitectura pedagógica, didáctica y tecnológica para la formación de profesores en y para la diversidad" de la Alianza de Instituciones para el Desarrollo de la Educación y la Tecnología en Colombia-AIDETC financiado por COLCIENCIAS, y al proyecto internacional ACACIA: "Centros de Cooperación para el Fomento, Fortalecimiento y Transferencia de Buenas Prácticas que Apoyan, Cultivan, Adaptan, Comunican, Innovan y Acogen a la comunidad universitaria" financiado por la Unión Europea.
- 2 Auxiliar de investigación en aulas asistivas y estudiante de Maestría en Educación, con énfasis en Educación Matemática de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Contacto: wasuarezm@correo.udistrital.edu.co
- 3 Doctora en Educación, docente e investigadora de planta en Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Contacto: olleon@udistrital.edu.co

INTRODUCCIÓN

Una problemática presente en el sistema educativo colombiano se asocia a la enseñanza y aprendizaje de la geometría (León, 2012). Se ha evidenciado que “el efecto de las reformas educativas en la formación geométrica de profesores, estudiantes e investigadores ha sido decisivo en el poco desarrollo de procesos de visualización para la exploración y uso de propiedades geométricas” (León, 2012, p. 105). Por cuanto el interés de los profesores en su quehacer en posibilitar el desarrollo de la visualización, es fundamental para cambiar la problemática señalada. Trabajos que consideran un enfoque de enseñanza de las matemáticas donde se posibilite el desarrollo de los procesos de visualización se asocian al diseño didáctico (Véase Iez, Paloma & Tapiero, 2013), Guilombo, 2014; González, Paloma & Tapiero, 2013).

En cuanto a género, se ha visto como este componente cobra importancia en el contexto de la educación en Colombia, ICFES y MEN (véase ICFES, 2012, 2013; MEN, 1998) documentan y analizan los resultados de desempeños de los niños y niñas en pruebas internacionales como PIRLS y TIMSS, y pruebas nacionales como SABER en el área de matemáticas. El análisis que se realiza asociando diferencias de género, muestran un panorama en el que la visualización espacial juega un papel importante. Específicamente en el TIMSS se identifican diferencias entre niños y niñas en problemas relacionados con “manejar mentalmente figuras tridimensionales y para reconocer figuras congruentes o semejantes, manejar o utilizar relaciones, en el conocimiento de algunas características de los cuadriláteros, para manejar rotaciones en el plano” (León, 2012, p. 106). En los análisis se presenta que una de las grandes diferencias de género en matemáticas, está asociada con la ventaja masculina en algunos tipos de habilidades espaciales (Linn y Petersen, citado en ICFES, 2013).

De esta manera se justifica la necesidad de documentar estudios sobre género y visualización espacial, identificando variantes e invariantes que describan diferencias de género, para que posteriormente se entable un marco con hipótesis sobre el desarrollo

de la visualización espacial en poblaciones por su condición de género.

La revisión documental sobre visualización espacial y género que será presentada a continuación, se realiza conforme a la primera fase de la metodología de Investigación en Diseño, que está siendo asumida en el trabajo de grado de la Maestría en Educación para desarrollar Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje, las cuales proporcionarán un criterio racional para decidir el diseño a considerar y las hipótesis de cómo los estudiantes podrán movilizar sus concepciones sobre visualización espacial.

Visualización espacial

La importancia de la visualización se manifiesta en la mejora de la visión global e intuitiva y la comprensión en muchas de las áreas de las matemáticas (Usiskin, 1987; Yakimanskaya, 1991; Gutiérrez, 1998). En la actualidad la visualización en el aprendizaje de las matemáticas no sólo es contemplada como una propuesta ilustrativa, sino que está siendo reconocida como una componente clave del razonamiento, la resolución de problemas y la demostración, como se puede observar en Arcavi (1999, 2003); León (2005); Battista (2007); Presmeg (2006), Phillips, Norris & Macnab (2010) y Rivera (2011).

De forma particular de Guzmán (1996) menciona que la visualización en matemáticas pretende que:

Las ideas, conceptos y métodos de las matemáticas presenten una gran riqueza de contenidos visuales, representables intuitivamente, geoméricamente, cuya utilización resulta muy provechosa, tanto en las tareas de presentación y manejo de tales conceptos y métodos como en la manipulación con ellos para la resolución de los problemas del campo. (p. 2)

En el trabajo de tesis doctoral, León (2005) retoma esta conceptualización que hace de Guzmán para relacionar tres aspectos cognitivos que vinculan de manera natural visualización y aprendizaje de las matemáticas:

- El primero, tiene que ver con su función en la elaboración del conocimiento matemático tanto en el desarrollo de procesos complejos para la matemática (como las demostraciones), como en la constitución de intuiciones básicas (como la de la noción de infinito) (De Guzmán, 1996).
- El segundo es la relación con la actividad sensorial que permite la aprehensión por medio de los sentidos de los objetos del mundo físico; desde esa perspectiva tenemos una forma de percepción que puede ser visual, táctil, gustativa, auditiva y olfativa, se destaca la percepción visual como una forma privilegiada para la visualización (Fischbein, 1987, 1998).
- La tercera relación se establece con el tipo de proceso semiótico que hace de la visualización una forma de representación analógica, determinada por el tipo de aprehensión de las formas simbólicas del sistema semiótico, por las relaciones de estas formas en el sistema semiótico y por su nivel de referencia al objeto matemático. (Duval, 1999, 2004).

El vínculo del aprendizaje de la geometría con elementos visuales, da especial relevancia a la relación de visualización y comprensión y aprendizaje las investigaciones en educación matemática (Hershkowitz, 1990; Duval, 1999; Gal & Linchevski, 2010). Al respecto, hay investigaciones que inciden en que una de las vías que abre más líneas de trabajo para la investigación en geometría es la que contempla el uso de las nuevas tecnologías como entornos de aprendizaje y/o como herramientas. Ese camino no se puede recorrer sin tener en cuenta la presencia de la visualización, lo que necesariamente debe implicar la implementación de acciones formativas centradas en el desarrollo de habilidades y procesos visuales para la enseñanza y aprendizaje de la geometría (Fernández, Godino, Cajaraville, 2012).

Desde el punto de vista de Yakimanskaya (1991), el “pensamiento espacial es una forma de actividad mental la cual hace posible crear imágenes mentales y manipularlas cuando se están resolviendo

problemas prácticos y teóricos” (p. 21), esto incluye situaciones perceptivas necesarias para la formación de imágenes mentales o internas. Sobre esto, León (2005), Vasco (2007), y Clements y Sarama (2009, 2015) están de acuerdo en afirmar que la percepción en tanto proceso, permite la generación o creación de imágenes internas o representaciones materiales públicas. De esta manera se considera que en geometría los procesos cognitivos tales como demostraciones dependen de elementos de la percepción y el pensamiento.

En didáctica de las matemáticas, cuando el objeto de estudio es la geometría tridimensional, se emplean los términos visualización o visualización espacial (Gutiérrez, 1991, 1996) para indicar los procesos y habilidades de los individuos para realizar tareas que requieren “ver” o “imaginar” mentalmente los objetos geométricos espaciales, así como relacionar estos objetos y realizar operaciones o transformaciones geométricas con los mismos. (Cajaraville, Fernández & Godino, 2006).

Para Hershkowitz (1990), la visualización se asocia con “la habilidad para representar, transformar, generalizar, comunicar, documentar y reflexionar sobre información visual” (p. 75). Arcavi (2003) combina las definiciones que dan Hershkowitz (1989) y Zimmermann y Cunningham (1991) para comprender la visualización como “la capacidad, el proceso y el producto de creación, interpretación, uso y reflexión sobre fotos, imágenes, diagramas, en nuestra mente, sobre el papel o con herramientas tecnológicas, con el propósito de representar y comunicar información sobre el pensamiento y desarrollo de ideas previamente desconocidas y avanzar en la comprensión” (p. 217).

En cuanto a la definición de Zazkis, Dubinsky y Dautermann (1996) presentan la visualización como el medio para viajar entre el contexto externo (representaciones externas) y la mente. La visualización es un acto que puede consistir en la construcción mental de objetos o procesos que un sujeto asocia con objetos o medios externos como el papel, la pizarra o la pantalla del ordenador, o situaciones percibidas (p. 441).

Para Clements & Battista (1992) la visualización integra procesos por los cuales se obtienen conclusiones a partir de representaciones de los objetos bi o tridimensionales y de las relaciones o transformaciones observadas en construcciones y manipulaciones. Por tanto, la visualización está en estrecha relación con la representación del espacio, o la exploración heurística. Al respecto, Castiblanco, Urquina, Camargo, & Acosta, (2004), aluden que, en el aprendizaje de la geometría, los procesos de visualización constituyen el soporte de la actividad cognitiva en geometría donde el sujeto evoluciona en su percepción de los objetos y su potencial heurístico en la resolución de problemas.

La visualización se suele referenciar con figuras o representaciones pictóricas externas (medio material) o internas (imagen mental). Para Castro y Castro (1997) el pensamiento visual está ligado a la capacidad para la formación de imágenes mentales, cuya característica es hacer posible la evocación de un objeto sin que esté presente. En el contexto de matemáticas, Presmeg (1986) alude diversos tipos de imágenes mentales:

- **Imágenes concretas pictóricas.** Son imágenes figurativas de objetos físicos.
- **Imágenes de fórmulas.** Son la visualización mental de fórmulas o relaciones esquemáticas de la misma manera como se las vería.
- **Imágenes de patrones.** Son imágenes de esquemas visuales correspondientes a relaciones abstractas o representaciones gráficas.
- **Imágenes cinéticas.** Son imágenes parte físicas y parte mentales.
- **Imágenes dinámicas.** Son imágenes mentales en las que los objetos o algunos de sus elementos se desplazan.

Adicionalmente, Presmeg (1997) comprende la visualización como “el proceso implicado en la construcción y transformación de imágenes mentales” (p. 304).

En particular Bishop (1989) hace la distinción de las imágenes visuales físicas o mentales como objetos

que se manipulan en la actividad de visualización, la cual puede realizarse según dos tipos de procesos:

- **Procesamiento visual (VP).** Proceso de conversión de información abstracta en imágenes visuales, y transformación de imágenes visuales en otras.
- **Interpretación de información figurativa (IFI).** Proceso de interpretación de representaciones visuales para extraer información.

Del Grande (1990), recopila un conjunto de habilidades que inicialmente fueron presentadas por Frostig (1973) y por Hoffer (1977). En el conjunto de habilidades describe aquellas que son utilizadas para el procesamiento de imágenes visuales (Tabla 1).

A partir de esta lista de habilidades, se articula la base de esta investigación con los niveles de visualización sugeridos por Castiblanco, Urquina, Camargo, & Acosta, (2004) en correspondencia con los tipos de visualización propuestos por Duval (1999) (Tabla 2).

Según la clasificación conjunta de imágenes mentales, procesos, habilidades y niveles de visualización, se da cuenta de la estrecha relación con la actividad en el aprendizaje de la geometría espacial. Las imágenes pictóricas, cinéticas y dinámicas, los procesos VP e IFI, las habilidades visuales junto con los niveles de visualización, se encuentran relacionadas con el contexto de la resolución de actividades en los que intervienen objetos geométricos espaciales (Gutiérrez, 1991).

En general, los objetos geométricos están relacionados en la mayoría de ocasiones con una entidad física o visual, de ahí que la relación entre geometría y visualización sea más complicada de lo que se “percibe” inicialmente. Por otra parte, se debe tener en cuenta que la actividad geométrica implica “habilidades visuales y no visuales, sobre todo en la resolución de problemas y tareas, lo que hace que sea necesario estudiar qué tipo de estrategias son utilizadas y para qué tipo de tareas son importantes dichas estrategias” (Gorgorió, 1998, p. 209).

Tabla 1.

Habilidades Visuales (Del Grande, 1990)

HABILIDAD	DESCRIPCIÓN	EJEMPLO
Coordinación motriz de los ojos	Es la habilidad para coordinar la visión con el movimiento del cuerpo	Completar un trazado sin levantar el lápiz y sin pasar dos veces por el mismo lugar Reproducir una figura o un objeto presente con la mano o con el mouse de la computadora
Identificación visual	Es la habilidad de reconocer una figura determinada (el foco) aislándola de su contexto	Descubrir figuras dentro de una figura compuesta o entre figuras sobrepuestas
		Descubrir intersecciones entre figuras
		Completar figuras
Conservación de la percepción	Es la habilidad para reconocer que un objeto (real o una imagen mental) mantiene su forma aunque deje de verse total o parcialmente	Modificar posiciones de figuras o cuerpos y analizar la invariabilidad de su tamaño y de su forma
		Anticipar y comparar tamaños de tres o más figuras o cuerpos desde distintos puntos de vista
		Identificar figuras en distintas posiciones
Percepción de la posición en el espacio	Es la habilidad de relacionar la posición de un objeto, con uno mismo (el observador) o con otro punto de referencia	Invertir, desplazar y rotar figuras cambiando la posición de ciertos detalles
		Reconocer figuras congruentes en distintas posiciones
		Dibujar imágenes de figuras por desplazamientos, rotaciones y simetrías
Percepción de relaciones espaciales	Es la habilidad que permiten identificar correctamente las características de relaciones entre diversos objetos situados en el espacio.	Ensamblados de cubos según un patrón dado
		Encontrar el camino más corto entre dos puntos
		Completar un patrón geométrico
		Combinar figuras o cuerpos para obtener modelos dados
Discriminación visual	Es la habilidad de distinguir similitudes y diferencias entre objetos, dibujos o imágenes mentales entre sí	Distinguir figuras o cuerpos congruentes
		Descubrir las figuras diferentes dentro de un conjunto
		Descubrir errores en la reproducción de una figura
Memoria visual	Es la habilidad de recordar características visuales de un conjunto de objetos que no están a la vista	Completar rompecabezas
		Reproducir figuras ausentes
		Completar de memoria una figura mostrada durante breves instantes
		Ubicar cuerpos y figuras según un modelo visto

Tabla 2.*Niveles de Visualización (Castiblanco et al, 2004)*

NIVEL	DESCRIPTOR
Nivel global de percepción visual	El resolutor realiza una actividad cognitiva en la que asocian las figuras, a objetos físicos donde prevalece la forma total de la imagen, identificando las formas prototípicas de la figura.
Nivel de percepción de elementos constitutivos	El resolutor percibe de manera espontánea las partes constitutivas de la figura y los componentes de la misma en diferentes partes, lo que permite la construcción de relaciones y de conceptos.
Nivel operativo de percepción visual	Se organizan las configuraciones de las figuras y las manipulan, permitiendo al resolutor crear transformaciones y estrategias no articuladas por el discurso para lograr la solución del problema.

Los estudios de los autores nombrados junto con su concepto sobre visualización y su relación con el aprendizaje de la geometría, se concentran desde el vínculo con, las imágenes mentales; las representaciones externas; los procesos para manipular esas imágenes; y las habilidades para la creación y procesamiento de las imágenes. De esta manera se constituye fuente para la investigación de Maestría este panorama presentado.

Visualización espacial y género

En este apartado se muestran estudios relacionados con género y su conexión con la visualización espacial. Algunos de estos estudios centran la relación de género y visualización espacial en las estrategias de los niños y niñas, el logro escolar, la resolución de problemas, las tareas, y el rendimiento de los niños y niñas.

Sobre el rendimiento de los niños y niñas, en el estudio de Fennema y Carpenter (1981) se encontraron diferencias entre el rendimiento de niños y el rendimiento de las niñas en geometría, estas diferencias se identificaron en ítems que se presentaron espacialmente y verbalmente. Más tarde, Fennema (1983, 2000) reporta un estudio de variables asociadas al género en el aprendizaje de la visualización espacial, el cual facilita la identificación de variantes e invariantes tales como, el aprendizaje de las matemáticas complejas, las

creencias personales en matemáticas, la elección que involucra las matemáticas, el nivel socioeconómico y etnia, y el colegio, entre otros.

Sobre estudios donde el foco son las tareas, se encuentra el trabajo de Owens (1992) que muestra que en tareas bidimensionales no se detecta ninguna diferencia asociada al género de los estudiantes, aunque sí algunas diferencias en las tareas tridimensionales a favor de los niños. En tareas sobre percepción espacial y de rotación Linn y Petersen (1985) muestran en su investigación que estas tareas resultan ser más fáciles para los niños que para las niñas; pero las tareas que implican una combinación de estrategias visuales y no visuales resultan de igual dificultad para ambos géneros. En las investigaciones de Clements y Battista (1992), se vinculan las diferencias de género a factores de tipo cultural y/o biológico. En el caso de no encontrar diferencias frente a una determinada tarea, no implica que los niños y las niñas usen las mismas estrategias para resolver estas tareas. Esto permite estrechar el hecho de que las tareas que estos autores estructuran en sus investigaciones tienden a disminuir las diferencias de género.

Por su parte, en el estudio de Senk y Usiskin (1983) se encontraron resultados iguales en niños y en niñas; sin embargo, en la resolución de problemas geométricos el rendimiento en los niños fue más alto. La explicación de ello se relacionó con que

los niños tienen más experiencias de este tipo, en tanto que si las niñas tuvieran este mismo tipo de experiencias, dentro y fuera del aula, no habrían esas diferencias. Al respecto, en el informe que presenta Gorgorio (1998) se da indicios sobre el tema de la resolución de problemas, en el cual analiza y compara la relación entre el rendimiento y las estrategias utilizadas por hombres y mujeres entre edades de doce y dieciséis años, al momento de abordar problemas de transformación que implican rotaciones espaciales. La autora encuentra diferencias cualitativas en hombres y mujeres en el procedimiento de resolver tareas, lo cual llevó a diferencias en la exactitud de las respuestas. Adicionalmente sugiere que el género no es una variable suficiente para explicar el análisis de los procesos de resolución involucrados en tareas sobre rotación espacial.

Estas diferencias de género que los autores han descrito en sus estudios pueden arragarse con los procesos de visualización espacial; las investigaciones llevadas a cabo confirman que los logros en visualización espacial son mejores en los niños que en las niñas (Battista, 1990; Ben-Chaim, Lappan & Houang, 1988; Fennema y Tartre, 1985; Tartre, 1990).

El trabajo de Ben-Chaim et al. (1988) apoya la hipótesis de que las diferencias de género en visualización espacial están a favor de los niños y se manifiestan en la adolescencia. Sin embargo, tanto los niños como las niñas respondieron de la misma forma en la instrucción y los efectos de esta mostraron que es posible incrementar las habilidades de visualización espacial con un programa adecuado.

Battista (1990) muestra que existen diferencias de género que vinculan al niño con la superación en visualización a las niñas en la educación secundaria; y que no hay diferencias de género cuando se trata del razonamiento lógico y de las estrategias de resolución de problemas. Los resultados también mostraron que los chicos con una alta habilidad en visualización no utilizan ilustraciones ni diagramas en la resolución de problemas, mientras que las

chicas con alta habilidad en visualización se apoyan en estas representaciones.

En general, se concluye que existe un amplio acuerdo en que la habilidad de visualización está más desarrollada en los niños que en las niñas, ejemplo de ello se puede ver en el trabajo de Gutiérrez (1998), sin embargo, en cuanto a razonamiento lógico las habilidades en niños y en niñas son similares.

Pese a lo anteriormente mencionado, hay investigaciones, como las de Arrieta (2003), Presmeg y Bergsten (1995), que presentan conclusiones diferentes. Los resultados obtenidos por Arrieta, en un estudio basado en diferentes pruebas para medir la habilidad de visualización espacial de los estudiantes, muestran que no existen diferencias entre niños y niñas; incluso da cuenta que las niñas, en ciertos momentos, superan a los niños.

Por su parte, el estudio realizado por Presmeg y Bergsten (1995) muestra que en Suecia la puntuación media sobre visualización espacial es superior en las niñas que en los niños. Al respecto investigadores en psicología creen que esas diferencias de género se atribuyen con la organización de cerebro que tienen hombres y mujeres: "las diferencias de género en habilidades espaciales y verbales pueden ser relacionadas con la forma diferente en que esas funciones se distribuyen entre los hemisferios cerebrales en hombres y mujeres" (Springer & Deutsch, 1981, p. 121).

En el contexto colombiano, los hallazgos de la exploración de la condición de género (masculino-femenino) hechas por Heredich, Camargo, López, Páramo & Sanabria (2013) frente a las posibles asociaciones que los estudiantes establecen entre contenidos y entornos de aprendizaje, complementan los referentes en este campo. Los resultados del estudio de Heredich et al. (2013) evidencian la preferencia masculina por la exploración de espacios virtuales para acceder a la información de diverso tipo, mientras que las mujeres recurren a este escenario principalmente como parte de su proceso de aprendizaje de socialización. Para el acceso a otros contenidos las mujeres prefieren

el hogar y en general espacios interiores o personalizados, a diferencia de los hombres, quienes manifiestan menos prevenciones a recurrir a los espacios exteriores.

Es de considerar que en los estudios de los autores nombrados se condiciona las diferencias de género a factores biológicos, psicológicos y socio-culturales, lo cual se ha visto que depende de variantes e invariantes, donde la tarea juega un papel importante. Se está de acuerdo con Clements & Battista (1992) en que las tareas deben promover el desarrollo de habilidades de visualización espacial en niños y en niñas por igual.

A partir de la síntesis de las investigaciones realizadas en los campos de la visualización espacial y género, se retomarán elementos que contribuyen en la consolidación de unos referentes teóricos a proponer en el trabajo de maestría que favorezcan el desarrollo de la visualización espacial sin marginar poblaciones por su condición de género.

RECONOCIMIENTO

Este artículo es el avance del trabajo de grado de la Maestría en Educación de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, el cual está vinculado al proyecto “Desarrollo didáctico y tecnológico en escenarios didácticos para la formación de profesores que acogen la diversidad: factores para su implementación y su validación en la UDFJC”, cuyo proyecto está inmerso en AIDETC (Programa Nacional Colciencias código 1419-6614-44765), y al proyecto internacional ACACIA: “Centros de Cooperación para el Fomento, Fortalecimiento y Transferencia de Buenas Prácticas que Apoyan, Cultivan, Adaptan, Comunican, Innovan y Acogen a la comunidad universitaria” (código 561754-EPP-1-2015-1-CO-EPPKA2-CBHE-JP) cofinanciado por el Programa Erasmus+ de la Unión Europea.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arcavi, A (1999). The role of visual representations in the learning of mathematics En Proceedings of the Twenty First Annual Meeting North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 1, 55-80.
- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 215-241. Obtenido de <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.126.6579&rep=rep1&type=pdf>
- Arrieta, M. (2003). Capacidad espacial y educación matemática: tres problemas para el futuro de la investigación. *Educación Matemática*, 15(3), 57-76. Obtenido de <http://www.redalyc.org/pdf/405/40515304.pdf>
- Battista, M. (1990). Spatial visualization and gender differences in high school geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, 47-60. Obtenido de <https://www.jstor.org/stable/749456>
- Battista, M. (2007). The development of geometric and spatial thinking. In Lester, F. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 843-908). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Ben-Chaim, D., Lappan, G., & Houang, R. (1988). The effect of instruction on spatial visualization skills of middle school boys and girls. *American Educational Research Journal*, 25(1), 51-71. Obtenido de https://www.jstor.org/stable/1163159?seq=1#page_scan_tab_contents
- Bishop, A. (1989). Review of research on visualization in mathematics education. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11(1), 7-16.
- Cajaraville, J., Fernández, T., & Godino, J. (2006). Configuraciones epistémicas y cognitivas en tareas de visualización y razonamiento espacial. *SEIEM*, 7-9.
- Castiblanco, A., Urquina, H., Camargo, L., & Acosta, M. (2004). *Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales*. Bogotá (Colombia): Ministerio de Educación Nacional.
- Castro, E. & Castro, E. (1997). Representaciones y Modelación. En Rico, Luis y Otros. *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona: Horsori.
- Clemens, D., & Battista, M. (1992). Geometry and Spatial Reasoning. En D. Grouws (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics teaching and Learning*

- ning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics (pp. 34-67). New York: NCTM.
- Clements, D. & Sarama, J. (2009). *Early Childhood Mathematics Education Research*. Nueva York: Routledge.
- Clements, D., & Sarama, J. (2015). *El aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas a temprana edad: El enfoque de las Trayectorias de Aprendizaje* (Olga L, Alissa Lange, Lida León y Angie Toquica, trad.). Learning Tools LLC. (Obra original publicada en 2009).
- De Guzmán, M. (1996). *El papel de la visualización. El Rincón de la Pizarra*. Madrid: Pirámide
- Del Grande, J. (1990). Spatial sense. *Arithmetic teacher*, 37(6), 14-20.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano*. Cali (Colombia): Universidad del Valle.
- Duval, R. (2004). *Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores en el desarrollo cognitivo*. Cali, Colombia: Universidad del Valle.
- Fennema, E. (1983). *Research on Relationship of Spatial Visualization and Confidence to Male/Female Mathematics Achievement in Grades 6-8. Final Report*. National Science Foundation: Research in Science. Washington, D.C.: Wisconsin University, Madison.
- Fennema, E. (2000). *Gender Equity for Mathematics and Science*. Office of Educational Research and Improvement, 3(2), 12-56.
- Fennema, E., & Carpenter, T. (1981). Sex-related differences in mathematics: Results from National assessment. *Mathematics Teacher*, 74, 554-559.
- Fennema, E., & Tartre (1985). The use of spatial visualization in mathematics by girls and boys. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(3), 184-206.
- Fernández, M., Godino, J. & Cajaraville, J. (2012). Razonamiento geométrico y visualización espacial desde el punto de vista ontosemiótico. *Bolema - Mathematics Education Bulletin*, 26(42 A), 39-63.
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in Science and Mathematics*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.
- Fischbein, E. (1998). *Conoscenza intuitive e conoscenza logica nell'attività matematica*. *La matematica e la sua didattica*, 4, 365-401.
- Frostig, M. (1973). *Figuras y formas*. Buenos Aires: Medica Panamericana.
- Gal, H., & Linchevski, L. (2010). To see or not to see: analyzing difficulties in geometry from the perspective of visual perception. *Educational Studies in Mathematics*, 74 (2), 163-183.
- González, E., Paloma, N & Tapiero, M. (2013). Consideraciones para un diseño didáctico con todos en las áreas de lenguaje y matemáticas. *Horizontes Pedagógicos*, 15(1), pp. 55-68.
- Gorgorió, N. (1998). Exploring the functionality of visual and non-visual strategies in solving rotation problems. *Educational Studies in Mathematics*, 35, 207-231. Obtenido de <http://link.springer.com/article/10.1023/A:1003132603649>
- Guilombo, M. (2014). *Caracterización de los niveles de desarrollo de la noción forma en un grupo de niños sordos a partir de una secuencia de actividades articulada a una trayectoria de aprendizaje*. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas. <http://doi.org/10.1007/s13398-014-0173-7.2>
- Gutiérrez, A. (1991). *Procesos y habilidades en visualización espacial*. En A. Gutiérrez (Ed.), *Memorias del 3er Congreso Internacional sobre Investigación Matemática: Geometría* (pp. 44-59). México D.F.: CINVESTAV.
- Gutiérrez, A. (1996). *Visualization in 3-dimensional geometry: In search of a framework*. In L. Puig & A. Gutierrez (Eds.), *Proceedings of the 20th PME International Conference*, 1, 3-19
- Gutiérrez, A. (1998). *Las representaciones planas de cuerpos 3-dimensionales en la enseñanza de la geometría espacial*. *EMA*, 3(3), 193-220.
- Heredich, C., Camargo, Á., López, O., Páramo, P., & Sanabria, L. (2013). *Aprendizaje situado: género y entornos de aprendizaje. Nodos y nudos*, 4(25), 22-34. Obtenido de <http://revistas.pedagogica.edu.co/index.php/NYN/article/view/2263/2133>
- Hershkowitz, R. (1990). *Psychological aspects of learning geometry*. In P. Nesher, P. y J. Kilpatrick (Eds), *Mathematics and cognition: A research*

- synthesis by the International Group for the psychology of mathematics education (pp. 70-95). Cambridge: Cambridge U.P.
- Hoffer, A. (1977). *Mathematics Resource Project. Geometry and visualization*. USA: Creative Publications: Palo Alto.
- ICFES. (2012). *Colombia en PIRLS 2011*. Bogotá. ICFES.
- ICFES. (2013). *Análisis diferencias de género en desempeño de estudiantes colombianos en matemáticas y lenguaje*. Bogotá. ICFES.
- León, O. (2005). *Experiencia figurativa y procesos semánticos para la argumentación en geometría*. (Tesis doctoral). Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle, Cali.
- León, O. (2012). *Cien años de reformas y un problema actual en la enseñanza de la geometría*. En L. Camargo (Ed.), *Investigaciones en Educación Geométrica* (pp. 30-40). Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Linn, M., & Petersen, A. (1985). *Emergence and characterization of sex differences: A meta-analysis*. *Child Development*, 56, 1479-1498.
- MEN. (1998). *Análisis y resultados de las pruebas de matemáticas – TIMSS – Colombia*. Bogotá. MEN.
- Owens, K. (1992). *Spatial thinking takes shape through primary school experiences*. In W. Geeslin & K. Graham (Eds.), *Proceedings of the 16th PME International Conference*, 2, 202-209. Owens,
- Phillips, L., Norris, S., & Macnab, J. (2010). *Visualization in mathematics, reading and science education*. Dordrecht, The Netherlands: Springer
- Presmeg, N. (1986). *Visualization and mathematical giftedness*. *Educational studies in Mathematics*, 17, 297-311.
- Presmeg, N. (1997). *Generalization using imagery in mathematics*. In L. D. English (Ed.), *Mathematical Reasoning: analogies, metaphors and metonymies in mathematics learning* (pp. 299-312). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Presmeg, N. & Bergsten, C. (1995). *Preference for visual methods: An international study*. In L. Meira & D. Carraher (Eds.), *Proceedings of the 19th PME International Conference*, 3, 58-65.
- Senk, S., & Usikin, Z. (1983). *Geometry proof writing: A new view of sex differences in mathematics ability*. *American Journal of Education*, 91, 187-201. Shepard,
- Springer, S., & Deutsch, G. (1981). *Left brain, right brain*. New York, NY: W.H. Freeman and Company.
- Rivera, F. (2011). *Chapter 3. Visual Roots of Mathematical Cognitive Activity*. In A. Bishop (Ed.), *Toward a Visually-Oriented School Mathematics Curriculum*. Springer. <http://doi.org/10.1007/978-94-007-0014-7>
- Tartre, L. (1990). *Spatial Skills, gender and mathematics*. En E. Fennema & G. Leder (Eds.), *Mathematics and Gender; Influences on teachers and students* (pp. 27-59). New York, NY: Teachers College Press.
- Usikin, Z. (1987). *Resolving the continuing dilemmas in school geometry*. En M. Lindquist & A. Shulte (Eds.), *Learning and Teaching Geometry, K-12: 1987 Yearbook* (pp.17-31). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Vasco, C. (2007). *Análisis semiótico del álgebra elemental*. En *Argumentación y semiosis en la didáctica del lenguaje y las matemáticas* (pp. 107-136). Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Yakimanskaya, I. (1991). *The development of spatial thinking in schoolchildren*, 3. Reston, Virginia: National Council of Mathematics.
- Zazkis, R., Dubinsky, E., & Dautermann, J. (1996). *Using visual and analytic strategies: A study of students' understanding of permutation and symmetry groups*. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 435-457
- Zimmermann, W., & Cunningham, S. (Eds.) (1991). *Visualization in Teaching and Learning Mathematics*. Washington, USA: Mathematical Association of America.