EL APRENDIZAJE DE LA VISUALIZACIÓN ESPACIAL EN NIÑOS Y EN NIÑAS[[1]](#footnote-1)

Resumen. La visualización ha influido en los procesos de enseñanza y aprendizaje privilegiando la comprensión de conceptos matemáticos particularmente de la geometría. Por su parte, aspectos que vinculan género como una construcción social, posibilitan el aprendizaje del espacio y construcción de ser con otros en el aula. De esta manera se constituye el presente artículo, el cual presenta antecedentes teóricos sobre las habilidades de visualización espacial y género en el aula de matemáticas; las cuales se tomarán como referente para la constitución de Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje (THA), ya que están son el vehículo para planificar el aprendizaje en los escolares y construir nuestra comprensión de las matemáticas de los niños. También se describe la metodología de Experimentos de Enseñanza en la que se inscribe el proyecto de investigación y sobre la cual se diseñará la THA.

*Palabras clave*: Visualización espacial, Trayectorias de Aprendizaje, Género, Experimentos de Enseñanza

Abstract. The visualization has influenced the teaching and learning processes privileging the understanding of mathematical concepts particularly geometry. For its part, aspects that link gender as a social construct, enable learning and building of space to be with others in the classroom. Thus the present article, which presents theoretical background on spatial visualization skills and gender in the mathematics classroom is established; which will be taken as a reference for the constitution of Trajetory Hypotetical Learning (THL), as they are the vehicle for planning are learning in school and build our understanding of mathematics of children. Also it described the methodology of Experiments of Teaching in which the research project is registered and on which the THL will be designed.

*Key words:* Visualization spatial, Trajetory Hypotetical Learning, Gender, Experiment Teaching

INTRODUCCIÓN

Una problemática presente en el sistema educativo colombiano se asocia a la enseñanza y aprendizaje de la geometría. Se ha evidenciado que el efecto de las reformas educativas en la formación geométrica de profesores, estudiantes e investigadores ha sido decisivo en el poco desarrollo de procesos de visualización para la exploración y uso de propiedades geométricas (León, 2012).

Por su parte, la estrecha relación entre visualización y geometría espacial, específicamente en el contexto de la enseñanza (Villani, 1998; Arcavi, 2003; Duval, 2004; Presmeg, 2006), ha privilegiado la influencia de la visualización en los procesos de aprendizaje y comprensión de los conceptos geométricos. Al respecto, León (2005), relaciona tres aspectos cognitivos que vinculan de manera natural visualización y aprendizaje de las matemáticas:

* El primero, tiene que ver con su función en la elaboración del conocimiento matemático tanto en el desarrollo de procesos complejos para la matemática (como las demostraciones), como en la constitución de intuiciones básicas (como la de la noción de infinito) (De Guzmán, 1996)
* El segundo es la relación con la actividad sensorial que permite la aprehensión por medio de los sentidos de los objetos del mundo físico; desde esa perspectiva tenemos una forma de percepción que puede ser visual, táctil, gustativa, auditiva y olfativa, se destaca la percepción visual como una forma privilegiada para la visualización (Fischbein, 1987)
* La tercera relación se establece con el tipo de proceso semiótico que hace de la visualización una forma de representación analógica, determinada por el tipo de aprehensión de las formas simbólicas del sistema semiótico, por las relaciones de estas formas en el sistema semiótico y por su nivel de referencia al objeto matemático. (Duval, 1999-2004)

Entre los diversos estudios sobre habilidades visuales en geometría espacial, se encuentran aquellos relacionados con las diferencias en los procesos y desarrollo espacial en hombres y en mujeres (Fennema, 2000; Macooby & Jacklin, 1974; Gorgorió 1998; Rubio, 2000). Los resultados obtenidos en este tipo de estudios difieren entre afirmar que la habilidad visual es más desarrollada en hombres que en mujeres, y que hay capacidades similares en razonamiento lógico (Gorgorió 1998); otros afirman que no hay diferencia significativa en habilidades visuales, pero sí diferencia cualitativa en las estrategias de procesamiento y estructuración empleadas por hombres y mujeres durante la resolución de actividades[[2]](#footnote-2) (Fennema, 2000). Así mismo, se enlista características sobre diferencias en género desarrolladas a partir de los estudios de Fennema (1983, 1990, 2000):

1. Las diferencias de género en matemáticas pueden estar disminuyendo
2. Las diferencias de género en matemáticas se pueden ver en:

* El aprendizaje de las matemáticas complejas
* Las creencias personales en matemáticas

1. Las diferencias de género en matemáticas varían por:

* El nivel socioeconómico y etnia
* Colegio

1. Los maestros tienden a estructurar sus aulas para favorecer el aprendizaje de sexo masculino.

La influencia de las prácticas socioculturales que dan forma a cómo los estudiantes visualizan los objetos, conceptos y procesos dentro de la actividad cognitiva del individuo cobra importancia en este punto; provocando en el docente el interés por encontrar respuestas a las preguntas sustantivas que plantea la práctica de la enseñanza: ¿Qué matemáticas enseñar? ¿Cómo enseñar esas matemáticas? (Godino, Contreras, & Font, 2006). Las trayectorias de enseñanza y los vínculos que estas establecen con la trayectoria de aprendizaje, serán la opción para responder tan importantes preguntas, ya que como mencionan Clements & Sarama (2009), estas, “ayudan a los maestros a entender la variedad de niveles de conocimiento y de pensamiento de sus clases y de los individuos dentro de ellas, como fundamentales para satisfacer las necesidades de todos los niños” (p.16).

A partir de los resultados mencionados, es necesario considerar estrategias de investigación que aporten a la comprensión de procesos de aprendizaje del espacio y sus eventuales vínculos con condiciones de género de los aprendices, sin desconocer las implicaciones de los aspectos culturales, “…las diferentes culturas y los individuos dentro de cualquier propuesta de cultura, proceden de manera diferente en sus esquemas lógicos en la forma en que manejan cantidades y, en consecuencia, los números, las formas geométricas y las relaciones, medidas, clasificaciones, etcétera”. (Ferreira, 1997, Citado en Rivera, 2011, p. 242).

En estas condiciones emerge la siguiente pregunta de investigación: ¿Qué procesos de visualización vinculados al género de niños y niñas deben ser consideradas en una THA del espacio?

Constituye en objetivo para este trabajo el, caracterizar procesos de visualización a partir de Trayectorias Reales de Aprendizaje del espacio de niños y de niñas, estudiantes de Educación Básica Primaria (9-11 años). Y específicamente, identificar hipótesis en la Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje de Clements y Sarama para el desarrollo de procesos de visualización del espacio; identificar hipótesis diferenciadoras para el desarrollo de visualización del espacio en niños y niñas; consolidar la Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje que no margine a los niños o a las niñas en el desarrollo de proceso de visualización del espacio; Desarrollar aprendizaje del espacio a partir de la trayectoria consolidada; identificar Trayectorias Reales de Aprendizaje del espacio de los niñas y niños.

MARCO DE REFERENCIA

Atendiendo a los planteamientos sobre visualización espacial, THA, y género, a continuación se describirán estudios relacionados a estas temáticas, con el fin de delimitar el campo de trabajo:

Género

En primera instancia, se referencian trabajos relacionados con género en el proceso enseñanza y aprendizaje de la visualización, en ello, Rubio (2000) muestra las diferencias cognitivas en razonamiento espacial, no sólo dadas por el componente biológico (hombre, mujer), sino también el ambiente en el cual se desarrollan los sujetos el cual incide de manera categórica. Los datos que recoge para el trabajo dejan ver que cuando hombres y mujeres solucionan problemas de Razonamiento Espacial en igualdad de condiciones, las diferencias en la eficacia y la eficiencia tienden a disminuir. En este sentido, establecer variantes e invariantes en el aprendizaje y desarrollo del pensamiento espacial de niños y de niñas se vuelve importante, por lo que estudios como los de Fennema (1983, 2000) en los que se reporta un estudio de variables asociadas al género en el aprendizaje de la visualización espacial, facilita la identificación de estas variantes e invariantes.

Ahora, referido a los factores a influir de los procesos de resolución en los estudiantes por género, el informe que presenta Gorgorio (1998) da indicios de este tema, en el cual analiza y compara la relación entre el rendimiento y las estrategias utilizadas por estudiantes hombres y mujeres entre 12 y 16 años, al momento de abordar problemas de transformación que implican rotaciones espaciales. Esta autora encuentra diferencias cualitativas en el procedimiento a resolver tareas en hombres y mujeres lo cual llevó a diferencias en la exactitud de las respuestas, pero sugiere que el género no es una variable suficiente para explicar el análisis de los procesos de resolución involucrados en tareas espaciales, al menos cuando los estudiantes se enfrentan a tareas cuyo enfoque geométrico es una rotación.

Visualización

En la actualidad la visualización en el aprendizaje de las matemáticas no sólo es contemplada como una propuesta ilustrativa sino que está siendo reconocida como una componente clave del razonamiento, la resolución de problemas y la demostración, como se puede observar en Battista (2007); Presmeg (2006), Phillips, Norris & Macnab (2010) y Rivera (2011). Todos ellos reconocen que una de las vías que abre más líneas de trabajo para la investigación en geometría es la que contempla el uso de las nuevas tecnologías como entornos de aprendizaje y/o como herramientas. Ese camino no se puede recorrer sin tener en cuenta la presencia de la visualización (estática y/o dinámica), lo que necesariamente debe implicar la implementación de acciones formativas centradas en el desarrollo de habilidades y procesos visuales para la enseñanza y aprendizaje de la geometría.

Para Clements & Battista (1992) la visualización integra procesos por los cuales se obtienen conclusiones, a partir de representaciones de los objetos bi o tridimensionales y de las relaciones o transformaciones observadas en construcciones y manipulaciones. Por tanto, la visualización está en estrecha relación con la representación del espacio, la exploración heurística o la visión sinóptica de una situación compleja. Al respecto, Castiblanco, Urquina, Camargo & Acosta (2004), aluden que en el aprendizaje de la geometría, los procesos de visualización constituyen el soporte de la actividad cognitiva en geometría donde el sujeto evoluciona en su percepción de los objetos y su potencial heurístico en la resolución de problemas.

La visualización se suele referenciar a figuras o representaciones pictóricas externas (medio material) o internas (imagen mental). Para Castro y Castro (1997) el pensamiento visual está ligado a la capacidad para la formación de imágenes mentales, cuya característica es hacer posible la evocación de un objeto sin que esté presente.

En particular Bishop (1989) hace la distinción de las imágenes visuales físicas o mentales como objetos que se manipulan en la actividad de visualización, la cual puede realizarse según dos tipos de procesos:

* **Procesamiento visual (VP)**. Proceso de conversión de información abstracta en imágenes visuales, y transformación de imágenes visuales en otras.
* **Interpretación de información figurativa (IFI).** Proceso de interpretación de representaciones visuales para extraer información.

Para Del Grande (1990), que distingue entre procesos y habilidades de visualización, detalla un marco elaborado a partir de aportes de otros autores. En este describe habilidades utilizadas para el procesamiento de imágenes visuales. A partir de esta descripción de habilidades, se articula la base de esta investigación con los niveles de visualización sugeridos por Castiblanco, Urquina, Camargo, & Acosta, (2004) en correspondencia con los tipos de visualización propuestos por Duval (1999):

|  |  |
| --- | --- |
| **NIVEL** | **DESCRIPTOR** |
| **Nivel global de percepción visual** | El resolutor realiza una actividad cognitiva en la que asocian las figuras, a objetos físicos donde prevalece la forma total de la imagen, identificando las formas prototípicas de la figura |
| **Nivel de percepción de elementos constitutivos** | El resolutor percibe de manera espontánea las partes constitutivas de la figura y los componentes de la misma en diferentes partes, lo que permite la construcción de relaciones y de conceptos |
| **Nivel operativo de percepción visual** | Se organizan las configuraciones de las figuras y las manipulan, permitiendo al resolutor crear transformaciones y estrategias no articuladas por el discurso para lograr la solución del problema |

Tabla 1. Niveles de Visualización (Castiblanco et al, 2004)

Según la clasificación conjunta de imágenes mentales, procesos, habilidades y niveles de visualización, se da cuenta de la estrecha relación con la actividad en el aprendizaje de la geometría espacial. Las imágenes pictóricas, cinéticas y dinámicas, los procesos VP e IFI, las habilidades visuales junto con los niveles de visualización, se encuentran relacionadas con el contexto de la resolución de actividades en los que intervienen objetos geométricos espaciales (Gutiérrez, 1991).

Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje

La trayectoria hipotética de aprendizaje, permite articular el actuar del docente de manera efectiva con el diseño didáctico de actividades para la enseñanza y aprendizaje. Gómez y Lupiañez (2007) proponen una adaptación de la noción de THA para el caso de la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria, partiendo de la idea de que el diseño y selección de las tareas que componen las actividades de enseñanza y aprendizaje debe ser un proceso reflexivo y cíclico en el que, para una tarea dada, se determinan las capacidades que dicha tarea puede poner en juego y, a partir de ese análisis y de los objetivos de aprendizaje que el profesor se haya impuesto, él puede modificar la tarea y analizarla de nuevo. Al adaptar la noción de trayectoria hipotética de aprendizaje al caso de la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria, se propone una herramienta que le permite al futuro profesor relacionar el análisis del contenido matemático, las capacidades a desarrollar en los escolares acerca de ese contenido, y el tipo de tareas que puede proponer a esos escolares para que desarrollen tales capacidades (Gómez & Lupiáñez, 2007).

En el contexto nacional, un antecedente en esta línea es el que llevó a cabo Guilombo[[3]](#footnote-3) (2014), en el cual caracteriza los niveles de desarrollo de la noción forma en un grupo de niños sordos a partir de una secuencia de actividades articulada a una trayectoria de aprendizaje. La metodología que emplea son los experimentos de enseñanza, mediante las trayectorias hipotéticas de aprendizaje, los cuales le permiten establecer hipótesis de aprendizaje para el desarrollo de la noción de forma a partir de los procesos de clasificación, comparación y construcción de formas, desarrollo de los niveles de la THA, exigencias para los diseños de las actividades de enseñanza de la geometría a población sorda, y la Lengua de Señas y el Español Escrito. La aplicación de la THA que consideró una secuencia de actividades, le permitió identificar los diferentes tipos de Trayectorias Reales de Aprendizaje (TRA), respecto a los procesos de comparación, clasificación y construcción de formas.

Por cuanto, se contempla la propuesta de las THA de Clements & Sarama (2009) en esta propuesta, se permitirá construir nuevas hipótesis, a conformar una nueva THA de visualización espacial para niños y niñas. Por otra parte, se hace necesario mencionar la orientación que tendrá en esta propuesta en relación a considerar el desarrollo de didácticas específicas que consideran la no marginación de población (Stockseth, 2002). En este sentido, se precisa la realización de TRA de visualización que no marginen a niños y a niñas.

De esta manera, se tomarán estos artefactos como herramienta de análisis en los procesos que desarrollan el hombre y la mujer de esta investigación. Siendo de interés, comparar sus procesos en contraste con los resultados que otras investigaciones ya han hecho en relación al mismo objeto de estudio.

EXPERIMENTOS DE ENSEÑANZA EN LA VISUALIZACIÓN ESPACIAL

Esta propuesta es de carácter didáctico, centrando la atención en fenómenos de enseñanza y aprendizaje, con la intención de hacer difusión de conocimiento matemático. De manera particular se busca profundizar en el diseño y análisis de secuencias didácticas para la caracterización de procesos de visualización del espacio a partir de TRA (Trayectorias Reales de Aprendizaje) que no marginen a niños y a niñas, estudiantes de Educación Básica Primaria. La realización de esta propuesta de profundización refleja el papel fundamental del docente en el proceso de enseñanza-aprendizaje, según D’Amore, Angeli, Di Nunzio & Fascinelli (2015) “*los estudios de didáctica de la matemática de los últimos treinta años han puesto en evidencia la delicadísima función mediadora que tiene el profesor de matemáticas en la historia cognitiva de un individuo*” (p.10).

El marco metodológico de esta investigación está en el contexto de la Investigación de Diseño, a partir de experimentos de enseñanza mediante la selección de trayectorias hipotéticas de aprendizaje sobre la geometría, que responden a las exigencias de los diseños didácticos.

El fin de la Investigación de Diseño es analizar el aprendizaje en contextos mediante el análisis sistemático de las formas particulares de aprendizaje, estrategias y herramientas de enseñanza.

Esta Investigación pretende explicar las razones por las cuales un diseño de instrucción planteado para el aprendizaje, en este caso del pensamiento espacial, puede movilizarse y sugerir formas de adaptación para la enseñanza de niñas y de niños; pues al mismo tiempo que se estudia el proceso de aprendizaje, se analiza los modos por los cuales el aprendizaje se sustenta y se organiza (Cobb & Gravemeijer, 2008).

Los experimentos de enseñanza se contemplan dentro del paradigma de la investigación de diseño, y según Cobb & Gravemeijer (2008, citado por Simon & Tzur, 2004, p. 93), son los más frecuentes. Siguiendo a Steffe & Thompson (2000), el experimento de enseñanza, además de determinar la eficacia de algún diseño didáctico, permite ampliar las teorías del aprendizaje y enseñanza a situaciones diversas, fundamenta empíricamente el conocimiento, y comprueba y genera hipótesis. El experimento de enseñanza consiste en una secuencia de procedimientos de enseñanza en los que los participantes son generalmente un docente, uno o más estudiantes y un investigador. La duración del experimento es variable, y en el ambiente pueden participar pequeños grupos dentro del aula de clase, aulas de entrevistas para uno o dos estudiantes o grupos completos. Las intervenciones son realizadas por el investigador y no por el docente habitual del aula (León, Díaz & Guilombo, 2014).

En el desarrollo del experimento de enseñanza se buscará, seleccionará y ajustará la Trayectoria de Aprendizaje considerándose el interés y la participación de los profesores, estudiantes e investigadores; lo cual referido a las THA permiten al profesor hacer predicciones respecto al camino por el que el estudiante movilizará sus concepciones a desarrollar. Las THA proporcionan al investigador un criterio racional para decidir el diseño que él considera y la mejor conjetura de cómo puede avanzar el aprendizaje (Simon & Tzur, 2004), a partir de las hipótesis formuladas para el desarrollo del espacio a partir de los procesos de visualización en niñas y en niños.

Adicionalmente, las THA contribuyen a dar respuesta a preguntas como: ¿qué metas o propósitos se deben establecer en el aprendizaje del espacio en los procesos de visualización de niños y de niñas?, ¿qué sentido tiene para los niños y las niñas el aprendizaje del espacio?, ¿cómo se puede posibilitar el aprendizaje de procesos de visualización espacial en niños y niñas? Para dar respuestas a estas preguntas se consideró las tres partes de las THA del espacio de Clements & Sarama (2009):

1. Las metas o propósitos espaciales, entendidos como el conjunto de los conceptos y habilidades que son matemáticamente centrales y coherentes, consistentes con el pensamiento de los niños y generadoras de futuros aprendizajes.
2. La ruta de desarrollo a lo largo de la cual los niños progresan, constituida por los niveles de pensamiento cada uno más sofisticado que el anterior y que conducen a la meta geométrica.
3. Un conjunto de actividades instruccionales, o tareas relacionadas para cada uno de los niveles de pensamiento, que fomentan el paso de un nivel a otro.

Adicionalmente, desde las tertulias disciplinarias en el grupo de investigación GIIPLyM se ajustó los procedimientos de enseñanza del experimento de enseñanza con el ciclo de enseñanza propuesto por Simon & Tzur (2004), para las fases metodológicas de esta propuesta:

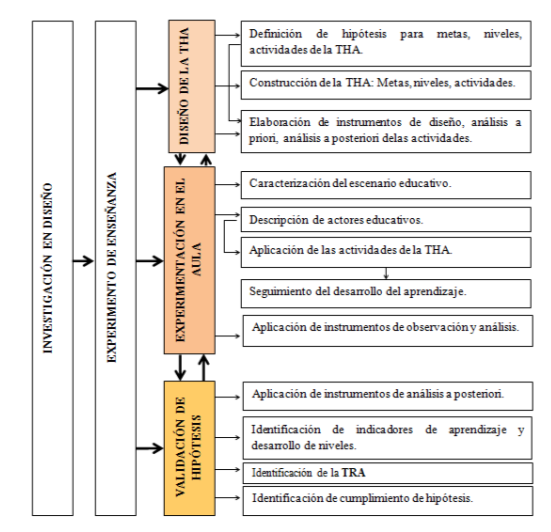


Figura 1. Proceso metodológico de la investigación en diseño

Con base a este proceso, esta investigación se encuentra en la fase diseño de la THA, que como avance se están definiendo y construyendo las hipótesis de metas de aprendizaje, niveles de pensamiento y actividades para la THA

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Battista, M. (2007). The development of geometric and spatial thinking. In Lester, F. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 843-908). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Bishop, A. (1989). Review of research on visualization in mathematics education. *Focus on learning Problems in Mathematics*, *11*(1), 7-16.

Castiblanco, A., Urquina, H., Camargo, L. & Acosta, M. (2004). *Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales*. Bogotá (Colombia): Ministerio de Educación Nacional.

Castro, E. & Castro, E. (1997). Representaciones y Modelación. En Rico, Luis y Otros. *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona: Horsori.

Clemens, D. y Battista, M. (1992). Geometry and Spatial Reasoning. En D. Grouws (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics teaching and Learning: a Project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp.34-67). New York: NCTM.

Clements, D. & Sarama, J. (2009). *Early Childhood Mathematics Education Research*. Nueva York: Routledge.

Cobb, P. & Gravemeijer, K. (2008). Experimenting to Support and Understand Learning Processes. En A. Kelly, R. Lesh, & J. Baek (Eds.). *Handbook of Design Research Methods in Education: Innovations in Science, Technology, Engineering, and Mathematics Learning and Teaching* (pp. 68 – 95).

D’Amore, B., Angeli, A., Di Nunzio, M. & Fascinelli, E. (2015). *La matemática. Del preescolar a la escuela primaria*. Chia (Colombia): Editorial de la Universidad de la Sabana.

Del Grande, J. (1990). Spatial sense*. Arithmetic teacher, 37*(6), 14-20.

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano*. Cali (Colombia): Universidad del Valle.

Duval, R. (2004). *Los problemas fundamentals en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores en el desarrollo cognitivo*. Cali (Colombia): Universidad del Valle.

Fennema, E. (1983). Research on Relationship of Spatial Visualization and Confidence to Male/Female Mathematics Achievement in Grades 6-8. Final Report. *National Science Foundation: Research in Science*. Washington, D.C.: Wisconsin University, Madison.

Fennema, E. (2000). Gender Equity for Mathematics and Science. *Office of Educational Research and Improvement*, 3(2), 12-56.

Fennema, E. & Leder, G. (Eds.). (1990). *Mathematics and Gender: Influences on Teachers and Students*. New York: Teachers College Press.

Fernández, M., Godino, J. & Cajaraville, J. (2012). Razonamiento geométrico y visualización espacial desde el punto de vista ontosemiótico. *Bolema - Mathematics Education Bulletin, 26*(42 A), 39–63. http://doi.org/10.1590/S0103-636X2012000100004

Guilombo, M. (2014). Caracterización de los niveles de desarrollo de la noción forma en un grupo de niños sordos a partir de una secuencia de actividades articulada a una trayectoria de aprendizaje. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas. http://doi.org/10.1007/s13398-014-0173-7.2

Gómez, P. & Lupiáñez, J. (2007). Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje en la Formación Inicial de Profesores de Matemáticas de Secundaria. *PNA, 1*(2), 79–98.

Gorgorió, N. (1998). Exploring the functionality of visual and non-visual strategies in solving rotation problems. *Educational Studies in Mathematics*, *35*, 207–231. Retrieved from http://link.springer.com/article/10.1023/A:1003132603649

Gutiérrez, A. (1991). Memorias del 3er Congreso Internacional sobre Investigación en Educación Matemática. 44–59.

Hartshorne, R. (2000). *Geometry: Euclid and Beyond*. New York: Springer.

León, O. (2005). *Experiencia figural y procesos semánticos para la argumentación en geometría*. (Tesis doctoral no publicada). Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle, Cali.

León, O, Díaz, F. & Guilombo, M. (2014). Diseños didácticos con incorporaciones tecnológicas para el aprendizaje de las formas geométricas, en primeros grados de escolaridad de estudiantes sordos 1. *Revista Científica, 20*, 91–104.

Mac Lane, S. (1986). *Mathematics form and function*. New York: Springer-Verlag.

Maccoby, E. & Jacklin, C. N. (1974). *The Psychology of Sex Differences*. Stanford University Press, Stanford, CA

Phillips, L., Norris, S. & Macnab, J. (2010). Visualization in mathematics, reading and science education. Dordrecht, The Netherlands: Springer

Presmeg, N. (2006). Research on visualization in learning and teaching mathematics. *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education*, 205-235.

Rivera, F. D. (2011). Chapter 3. Visual Roots of Mathematical Cognitive Activity. In A. Bishop (Ed.), *Toward a Visually-Oriented School Mathematics Curriculum*. Springer. http://doi.org/10.1007/978-94-007-0014-7

Rubio, M. (2000). Género y diferencias cognitivas en la solución de problemas de razonamiento espacial. *Tecné, Episteme Y Didaxis: Revista de La Facultad de Ciencia Y Tecnología, 8*, 25–30.

Shoenfeld, A. (1992). "Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and sense Making in Mathematics" En G, Douglas. (Ed), *Handbook of research in mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan Publisching Company, 334-370

Simon, M. & Tzur, R. (2004). Explicating the Role of Mathematical Tasks in Conceptual Learning: an Elaboration of the Hypothetical Learning Trajectory. *Mathematical Thinking and Learning, 6*(2), 91 - 104.

1. Este artículo de avance de proyecto en curso de la Maestría en Educación, está vinculado al programa nacional “Arquitectura pedagógica, didáctica y tecnológica para la formación de profesores en y para la diversidad” de la Alianza de Instituciones para el Desarrollo de la Educación y la Tecnología en Colombia-AIDETC financiado por COLCIENCIAS, y al proyecto internacional ACACIA: “**Centros de**Cooperación**para el Fomento, Fortalecimiento y Transferencia de Buenas Prácticas que Apoyan, Cultivan, Adaptan, Comunican, Innovan y Acogen a la comunidad universitaria” financiado por la Unión Europea.** [↑](#footnote-ref-1)
2. Mac Lane (1986), Shoenfeld (1992), y Hartshorne (2000), entre otros, señalan que el desarrollo del hacer matemático se vincula a actividades específicas como la solución de problemas, la identificación de invarianzas y estructuras en los procesos de exploración, y el desarrollo de generalizaciones, axiomatizaciones y demostraciones en los procesos de abstracción. [↑](#footnote-ref-2)
3. Magíster en Educación. Universidad Distrital Francisco José de Caldas [↑](#footnote-ref-3)